



**HAL**  
open science

# Loi de probabilité du rapport des intensités en approche multivisée pour des milieux stratifiés à interfaces faiblement rugueuses

Richard Dusséaux, Saddek Afifi

## ► To cite this version:

Richard Dusséaux, Saddek Afifi. Loi de probabilité du rapport des intensités en approche multivisée pour des milieux stratifiés à interfaces faiblement rugueuses. Journées Environnement Electromagnétique ENVIREM 2019, Oct 2019, Palaiseau (91), France. 4p. insu-04370894

**HAL Id: insu-04370894**

**<https://insu.hal.science/insu-04370894v1>**

Submitted on 3 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Loi de probabilité du rapport des intensités en approche multivisée pour des milieux stratifiés à interfaces faiblement rugueuses

Richard Dusséaux

Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales  
(LATMOS)

Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines/Paris-Saclay

Guyancourt/France

richard.dusseaux@latmos.ipsl.fr

Saddek Afifi

Laboratoire de Physique des Lasers, de Spectroscopie Optique  
et d'Opto-électronique (LAPLASO)

University Badji Mokhtar Annaba

Annaba, Algérie

**Résumé** — Nous déterminons l'expression analytique de la loi de probabilité du rapport des intensités diffusées par un milieu stratifié présentant deux interfaces faiblement rugueuses éclairé par une onde plane électromagnétique. Les formules obtenues sont valides pour des intensités en polarisations directes et croisées et en approche simple visée et en multivisées. Les calculs sont menés dans le cadre de la méthode des petites perturbations à l'ordre 1 et suppose que les scènes éclairées sont d'extensions infinies et que les interfaces présentent des distributions des hauteurs gaussiennes. Nous montrons que pour les signatures électromagnétiques basées sur plus de deux visées, la loi de probabilité a une moyenne finie et une variance finie. Les lois de probabilité théoriques sont validées par comparaison avec des histogrammes issus de tirages de Monte-Carlo.

**Mots clés** — Rapport d'intensités, amplitude de diffraction, simple visée, multivisée, densité de probabilité, milieu stratifié, surface aléatoire, méthode des petites perturbations.

## I. INTRODUCTION

L'intensité du champ diffusé par un milieu aléatoire éclairé par une onde électromagnétique est un processus aléatoire dont la connaissance des propriétés statistiques est utile pour la caractérisation du milieu diffusant [1]. Les rapports des intensités en polarisations directes ou croisées sont des discriminateurs importants utilisés dans le traitement des images polarimétriques et interférométriques. Sous l'hypothèse que les parties réelles et imaginaires des composantes directes et croisées du champ diffusé dans une direction donnée par la scène éclairée sont des variables aléatoires gaussiennes, plusieurs auteurs ont établi la loi de probabilité des rapports d'intensité en simple visée [2] et en multivisées [3]-[5]. Mais les approches proposées dans ces articles ne font pas directement le lien avec un modèle électromagnétique.

Dans le cadre de la méthode des petites perturbations à l'ordre 1 (PP1), nous avons établi, pour des signatures en simple visée, l'expression analytique de la loi de probabilité du rapport des intensités en polarisations directes et croisées caractérisant le champ diffusé par un milieu stratifié éclairé par une onde plane [6]-[7]. La formulation obtenue suppose que les surfaces séparant les différentes couches sont faiblement rugueuses et que les densités de probabilité des hauteurs sont gaussiennes. Le rapport des intensités suit une loi à queue lourde n'ayant ni variance, ni moyenne.

Le travail que nous présentons dans cet article porte sur l'établissement de la loi de probabilité du rapport des intensités en multivisées pour un milieu stratifié éclairé par une onde plane. Nous montrons que pour les signatures électromagnétiques basées sur plus de deux visées, la loi de probabilité a une moyenne finie et une variance finie.

Dans la section II, nous définissons les propriétés statistiques des structures multicouches analysées et rappelons, dans le cadre de la méthode des petites perturbations à l'ordre 1, les expressions analytiques de l'amplitude du champ diffusé à grande distance et de l'intensité normalisée de diffusion dans une direction d'observation donnée. La section III présente les grandes lignes de calcul qui permettent l'établissement de la densité de probabilité du rapport des intensités en multivisées. La section IV est dédiée à la validation des formules analytiques donnant les lois de probabilité par comparaison avec des histogrammes normalisés obtenus à partir de tirages de Monte-Carlo. Le milieu analysé est un sol présentant deux zones homogènes ayant des teneurs volumiques en eau différentes et donc, des constantes diélectriques différentes. Les rapports en polarisations directes et croisées sont considérés. La conclusion en section V rappelle les points originaux de ce travail et propose de possibles extensions.

## II. DIFFUSION PAR UN MILIEU STRATIFIÉ

Nous considérons un milieu stratifié représenté par l'empilement de deux interfaces rugueuses (Fig. 1). Les plans moyens de ces interfaces sont parallèles et séparés par une distance  $u_0$ . Les interfaces sont décrites par les fonctions  $a_1(x, y)$  et  $a_2(x, y)$  qui sont des réalisations de processus aléatoires Gaussiens centrés et stationnaires à l'ordre 2. Nous supposons que les deux interfaces sont non corrélées, de spectres  $\hat{R}_{ii}(\alpha, \beta)$  Gaussiens isotropes ( $i=1$  ou  $2$ ). Chaque spectre est donc caractérisé par un écart type des hauteurs  $\sigma_i$ , une longueur de corrélation  $l_i$ .

$$\hat{R}_{ii}(\alpha, \beta) = \sigma_i^2 l_i^2 \pi \exp\left(-\frac{(\alpha^2 + \beta^2)l_i^2}{4}\right) \quad (1)$$

La structure est éclairée par une onde plane monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  de polarisation horizontale ( $h$ ) ou verticale ( $v$ ). Le vecteur d'onde incident  $\mathbf{k}_0$  est défini par l'angle de site  $\theta_0$  et l'angle d'azimut  $\varphi_0$ . Les trois milieux sont supposés non magnétiques et spatialement homogènes et isotropes d'un point de vue électrique. Les milieux (1) et (3) sont semi-infinis et le milieu 2 est assimilé au vide.

Ce milieu stratifié provoque un phénomène de dépolarisation. Le champ électromagnétique diffusé dans l'air présente une composante directe ayant la même polarisation que l'onde incidente et une composante croisée ayant la polarisation opposée. Dans le cadre de la méthode PP1,

l'amplitude de diffraction  $A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)$  de l'onde progressive, de polarisation directe ( $b = a$ ) ou croisée ( $b \neq a$ ), se propageant dans la direction définie par l'angle de site  $\theta$  et l'angle d'azimut  $\varphi$ , est définie comme une somme pondérée des transformées de Fourier  $\hat{a}_i(\alpha, \beta)$  des fonctions  $a_i(x, y)$  [1], [8]-[10]:

$$A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi) = \sum_{i=1}^2 K_{i,(ba)}(\alpha, \beta) \hat{a}_i(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (2)$$

L'indice ( $a$ ) désigne la polarisation de l'onde incidence ( $h$  ou  $v$ ) et l'indice ( $b$ ), la polarisation de la composante diffusée étudiée ( $h$  ou  $v$ ). Les grandeurs  $\alpha = k_1 \sin \theta \cos \varphi$  et  $\beta = k_1 \sin \theta \sin \varphi$  sont les constantes de propagation de l'onde diffusée et  $k_1$ , le nombre d'onde dans le vide. Les grandeurs complexes  $K_{i,(ba)}(\alpha, \beta)$  sont les noyaux électromagnétiques de la méthode PP1. Pour un milieu stratifié présentant un nombre arbitraire d'interfaces faiblement rugueuses, les noyaux électromagnétiques du premier ordre  $K_{i,(ba)}$  peuvent être obtenus à partir des formules de récurrence [10]. A partir de ces formules de récurrence, nous avons établi les expressions analytiques de ces noyaux dans le cas d'un empilement de deux interfaces [1]. Ils dépendent des permittivités relatives des différents milieux et de l'épaisseur moyenne  $u_0$  de la couche centrale.

L'intensité normalisée  $I_{(ba)}(\theta, \varphi)$  est définie comme la puissance diffusée dans la direction  $(\theta, \varphi)$  par unité d'angle solide divisée par la puissance incidente. Dans le cadre de la méthode PP1, nous obtenons [1]:

$$I_{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2 \cos \theta_0 L^2} |A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)|^2 \quad (3)$$

Pour  $L \rightarrow \infty$ , l'intensité moyenne  $\langle I_{(ba)} \rangle$  est donnée par l'équation (4) où les crochets désignent l'espérance mathématique.

$$\langle I_{(ba)}(\theta, \varphi) \rangle = \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2 \cos \theta_0} \sum_{i=1}^2 |K_{i,(ba)}|^2 \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (4)$$

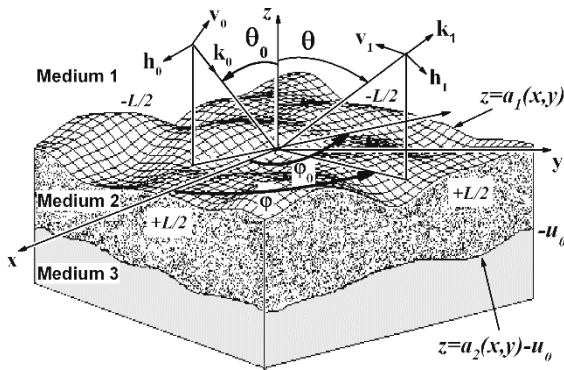


Fig. 1. Empilement de deux interfaces rugueuses éclairé par une onde plane

### III. STATISTIQUES DU RAPPORT DES INTENSITES

Une opération linéaire sur un processus aléatoire gaussien conserve le caractère gaussien. Les distributions des hauteurs étant gaussiennes et la transformée de Fourier étant une opération linéaire, la densité de probabilité conjointe des

parties réelles et imaginaires des amplitudes de diffusion  $A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)$  et  $A_{(b'a')}^{(1)}(\theta, \varphi)$  dans une direction donnée est une loi gaussienne d'ordre 4. Par le biais d'une transformation bijective, nous déterminons la loi de probabilité conjointe des modules et des phases de  $A_{(ba)}^{(1)}$  et  $A_{(b'a')}^{(1)}$ . Par intégration sur les phases, nous obtenons la loi de probabilité conjointe des modules de  $A_{(ba)}^{(1)}$  et  $A_{(b'a')}^{(1)}$  puis établissons la loi de probabilité conjointe  $p_{I_{(ba)}, I_{(b'a')}}(w, w')$  des intensités  $I_{(ba)}$  et  $I_{(b'a')}$  et enfin la loi de probabilité  $p_{V_{(ba, b'a')}}(v)$  du rapport des intensités  $V_{(ba, b'a')} = I_{(ba)} / I_{(b'a')}$ , sous la forme :

$$p_{V_{ba, b'a'}}(v) = \frac{(1-r^2)p_0(v+p_0)}{[v^2 + 2vp_0(1-2r^2) + p_0^2]^{3/2}} \quad (5)$$

Le paramètre  $r$  est le coefficient de corrélation entre les amplitudes (complexes) de diffusion  $A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)$  et  $A_{(b'a')}^{(1)}(\theta, \varphi)$ . Le paramètre  $p_0$  est égal au rapport des intensités moyennes  $\langle I_{(ba)} \rangle / \langle I_{(b'a')} \rangle$  et s'identifie à la médiane de la variable aléatoire  $V_{(ba, b'a')}$  [7]. La densité de probabilité est à queue lourde, la moyenne et la variance sont infinies. Le coefficient de corrélation  $r$  s'exprime sous la forme suivante [6]-[7]:

$$r = \sqrt{\frac{\Gamma_{R_{ba}R_{b'a'}}^2 + \Gamma_{R_{ba}I_{b'a'}}^2}{\sigma_{R_{ba}}^2 \sigma_{R_{b'a'}}^2}} \quad (6)$$

La grandeur  $\sigma_{R_{ba}}^2$  désigne la variance de la partie réelle de l'amplitude de diffusion  $A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)$ ,  $\Gamma_{R_{ba}R_{b'a'}}$  désigne la covariance entre les parties réelles de  $A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)$  et  $A_{(b'a')}^{(1)}(\theta, \varphi)$  et  $\Gamma_{R_{ba}I_{b'a'}}$ , la covariance entre la partie réelle de  $A_{(ba)}^{(1)}(\theta, \varphi)$  et la partie imaginaire de  $A_{(b'a')}^{(1)}(\theta, \varphi)$ . Ces moments statistiques du second ordre dépendent des permittivités des milieux et de l'épaisseur de la seconde couche par l'intermédiaire des noyaux électromagnétiques  $K_{i,(ba)}$  et  $K_{i,(b'a')}$  et des écarts types des hauteurs et des longueurs de corrélation des surfaces rugueuses par le biais des spectres  $\hat{R}_{ii}$ . Dans le cadre de la méthode PP1, nous obtenons :

$$\sigma_{R_{ba}}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 |K_{i,ba}|^2 \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0) \quad (7)$$

$$\Gamma_{R_{ba}R_{b'a'}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \text{Re}[K_{i,ba}^* K_{i,b'a'} \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)] \quad (8)$$

$$\Gamma_{R_{ba}I_{b'a'}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \text{Im}[K_{i,ba}^* K_{i,b'a'} \hat{R}_{ii}(\alpha - \alpha_0, \beta - \beta_0)] \quad (9)$$

Dans le cas de signatures à  $N$  visées, l'intensité  $\bar{I}_{(ba)}(\theta, \varphi)$  dans une direction donnée est la moyenne algébrique de  $N$  variables aléatoires indépendantes  $I_{(ba),n}(\theta, \varphi)$ :

$$\bar{I}_{(ba)}(\theta, \varphi) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_{(ba),n}(\theta, \varphi) \quad (10)$$

La densité de probabilité conjointe  $p_{\bar{I}_{(ba)}, \bar{I}_{(b'a)}}(\bar{w}, \bar{w}')$  des variables aléatoires  $\bar{I}_{(ba)}$  et  $\bar{I}_{(b'a)}$  s'exprime, compte tenu de l'indépendance des variables aléatoires bidimensionnelles  $(I_{(ba),n}; I_{(b'a),n})$  et  $(I_{(ba),m \neq n}; I_{(b'a),m \neq n})$  comme le produit de convolution des  $N$  lois de probabilités  $p_{I_{(ba),n}, I_{(b'a),n}}(w_n, w'_n)$ . Ce produit de convolution est calculé en utilisant les propriétés et les tables des transformées de Laplace [3]. De l'expression analytique de  $p_{\bar{I}_{(ba)}, \bar{I}_{(b'a)}}(\bar{w}, \bar{w}')$ , nous déduisons la loi de probabilité  $p_{V_{ba,b'a'}}(v)$  de  $V_{(ba,b'a')} = \bar{I}_{(ba)} / \bar{I}_{(b'a')}$  et obtenons :

$$p_{V_{ba,b'a'}}(v) = \frac{\Gamma(2N)}{\Gamma(N)\Gamma(N)} \frac{(1-r^2)^N p_0^N v^{N-1} (v+p_0)}{[v^2 + 2vp_0(1-2r^2) + p_0^2]^{N+1/2}} \quad (11)$$

où la lettre  $\Gamma$  désigne la fonction Gamma. Pour  $N=1$ , l'expression (11) s'identifie à (5).

A l'aide de la formule de récurrence (2.263) extraite de [11, page 95], nous montrons que la moyenne statistique  $\langle V_{(ba,b'a')} \rangle$  de  $V_{(ba,b'a')}$  existe et est définie pour  $N > 1$ ,

$$\langle V_{ba,b'a'} \rangle = \frac{(N-r^2)p_0}{(N-1)} \quad (12)$$

et que la variance  $\sigma_{V_{(ba,b'a')}}^2$  existe et est définie pour  $N > 2$ ,

$$\sigma_{V_{ba,b'a'}}^2 = \frac{p_0^2}{(N-1)^2(N-2)} \times \left\{ N(2N-1) - r^2 \left[ 4(N-1)(1-r^2) + N(2N-r^2) \right] \right\} \quad (13)$$

Pour  $N$  très grand, la moyenne  $\langle V_{(ba,b'a')} \rangle$  tend vers  $p_0$  et la variance  $\sigma_{V_{(ba,b'a')}}^2$  vers 0. La moyenne et l'écart-type  $\sigma_{V_{(ba,b'a')}}$  augmente linéairement avec  $p_0$ .

Les expressions (11), (12) et (13) ont été établies dans les références [3] et [4] par une approche qui relève de la théorie du signal aléatoire. Ici, nous faisons le lien avec un modèle électromagnétique et justifions, dans le cadre de la méthode PPI et dans l'hypothèse de distributions des hauteurs Gaussiennes, le bien-fondé de ces formules.

#### IV. VALIDATION DES FORMULES ANALYTIQUES

Nous considérons un sol présentant deux interfaces rugueuses non corrélées éclairées par une onde plane de longueur d'onde  $\lambda$  égale à 24 cm. Les interfaces rugueuses de spectres gaussiens isotropes sont caractérisés par des écarts types des hauteurs  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  respectivement égaux à 0.6 et 0.8 cm et par des longueurs de corrélation égales à 4 et 5 cm. Les permittivités relatives retenues sont :  $\varepsilon_{r2} = 4.66 - 0.29j$  et  $\varepsilon_{r3} = 8.75 - 0.85j$ . Ces valeurs correspondent à des humidités de sols égales en unités volumétriques à 0.10 et 0.2  $\text{cm}^3/\text{cm}^3$  [12]-[13]. L'épaisseur moyenne  $u_0$  de la couche centrale est égale à 5 cm. Les angles de site  $\theta_0$  et d'azimut  $\varphi_0$  du vecteur d'onde de l'onde incidente sont égaux à  $30^\circ$  et  $0^\circ$ .

La figure 2 montre les densités de probabilité du rapport  $V_{(hh,vv)} = \bar{I}_{(hh)} / \bar{I}_{(vv)}$  des intensités en polarisations directes dans la direction de rétrodiffusion ( $\theta = -\theta_0; \varphi = \varphi_0$ ) pour une,

deux, quatre et huit visées. Les densités de probabilité (DDP) sont données par la relation (11). Compte tenu des valeurs des paramètres de simulation,  $r = 0.995$  et  $p_0 = 0.506$ .

D'après (13), l'écart type de la variable aléatoire  $V_{(hh,vv)}$  est défini pour  $N > 2$  et diminue avec le nombre de visées  $N$ . Corrélativement et comme le montre les 4 courbes de la figure 2, une augmentation de  $N$  s'accompagne d'une réduction de l'étendue de la densité de probabilité et d'une augmentation de la valeur de son maximum.

La figure 2 donne aussi les histogrammes normalisés obtenus à partir de  $2^{13}$  réalisations des amplitudes de diffusions estimées par la relation (2) et des intensités normalisées données par la relation (3). Les surfaces rugueuses générées ont une aire égale à  $400\lambda^2$ . Le principe de génération des surfaces est basé sur le filtrage de réalisations d'un bruit blanc gaussien [7]. La comparaison entre les lois de probabilité théorique et les histogrammes normalisés est concluante et valide les formules analytiques obtenues pour cette configuration dans la direction de rétrodiffusion.

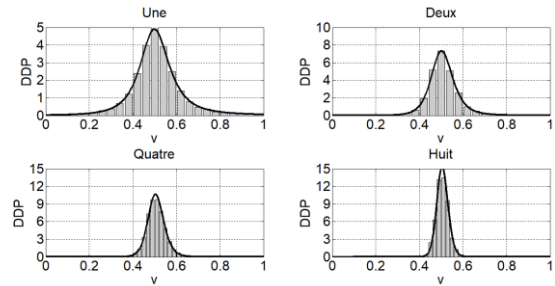


Fig. 2 : Densités de probabilité de  $V_{(hh,vv)}$  et histogrammes normalisés dans la direction de rétrodiffusion pour  $N=1, 2, 4$  et  $8$ .

Dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence, il y a une dépolarisation et le rapport des intensités en polarisations croisées est uniquement défini pour une onde incidente de polarisation verticale [7]. La figure 3 montre les densités de probabilité théoriques de la variable aléatoire  $V_{(hv,vv)}$  et des histogrammes dans la direction observation définie par  $\theta = -30^\circ$  et  $\varphi = +90^\circ$  pour une, deux, quatre et huit visées. Compte tenu des valeurs retenues pour les paramètres de simulation, le coefficient de corrélation  $r$  est égal à 0.921 et en conséquence, l'amplitude de diffusion  $A_{(vv)}^{(1)}$  en polarisation directe et l'amplitude  $A_{(hv)}^{(1)}$  en polarisation croisée sont fortement corrélées [3]. Le second paramètre  $p_0$  de la loi de probabilité (11) est égal à 7.89. Cette valeur traduit la forte dépolarisation dans ce plan d'observation avec  $\langle I_{(hv)} \rangle = 7.89 \langle I_{(vv)} \rangle$ .

Pour  $N=1$ , la variable aléatoire  $V_{(hv,vv)}$  suit une loi à queue lourde et présente une asymétrie importante. Quand  $N$  augmente, la densité de probabilité commence à devenir symétrique autour de  $v = p_0$ . Comme précédemment, l'étendue de la densité de probabilité se réduit quand le nombre de visées augmente et la valeur du maximum de  $p_{V_{(hv,vv)}}(v)$  augmente avec  $N$ .

Les histogrammes de la figure 3 sont, comme précédemment, déterminés à partir de  $2^{13}$  réalisations des amplitudes de diffusions et des intensités normalisées données par les relations (2) et (3) où les aires des surfaces rugueuses générées sont fixées à  $400\lambda^2$ . La comparaison entre les densités de

probabilité théoriques et les histogrammes normalisés est concluante pour les 4 valeurs de  $N$  et valide l'expression analytique de la densité de la probabilité du rapport des intensités en polarisations croisées en multivisées dans le cadre de la méthode des petites perturbations à l'ordre 1.

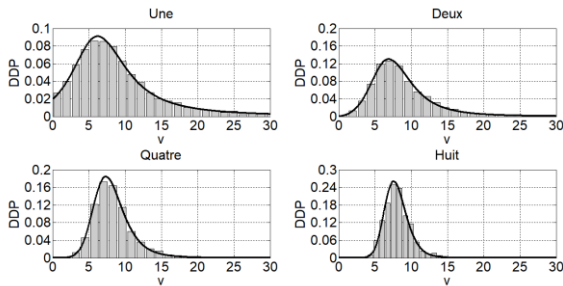


Fig. 3 : Densités de probabilité de  $V_{(hv, vv)}(\theta = -30^\circ, \varphi = 90^\circ)$  et histogrammes normalisés dans la direction de rétrodiffusion pour  $N=1, 2, 4$  et  $8$ .

## V. CONCLUSION

Le travail présenté dans cet article porte sur les propriétés statistiques du rapport des intensités moyennées sur  $N$  visées dans le cas de la diffusion d'une onde plane par un milieu stratifié correspondant à un empilement d'interfaces aléatoirement rugueuses délimitant des couches diélectriques isotropes et spatialement homogènes. Dans une direction d'observation donnée définie par l'angle de site  $\theta$  et l'angle d'azimut  $\varphi$ , le rapport des intensités  $V_{(ba, b'a')} = \bar{I}_{(ba)} / \bar{I}_{(b'a')}$ , en polarisations directes ( $V_{(bb, aa)}$ ) ou en polarisations croisées ( $V_{(b \neq a, a, aa)}$ ), est une variable aléatoire dont la densité de probabilité est déterminée par la connaissance de deux paramètres. Le premier paramètre  $r$  est le coefficient de corrélation entre les amplitudes de diffusion  $A_{(ba)}^{(1)}$  et  $A_{(b'a')}^{(1)}$  dans la direction d'observation  $(\theta, \varphi)$ . Le second paramètre  $p_0$  est égal au rapport des moyennes statistiques des intensités en simple visée  $\langle I_{(ba)} \rangle$  et  $\langle I_{(b'a')} \rangle$ . Les calculs sont menés dans le cadre de la méthode des petites perturbations à l'ordre 1 et sont basés sur trois hypothèses : 1) Les surfaces sont faiblement rugueuses et d'extension infinie. 2) Les distributions des hauteurs sont Gaussiennes. 3) L'intensité  $\bar{I}_{(ba)}$  correspond à la moyenne algébrique de  $N$  intensités  $I_{(ba), n}$  considérées comme des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. Pour l'application numérique, nous avons considéré un empilement de deux interfaces non corrélées ayant des fonctions d'autocorrélation gaussiennes. Les résultats établis restent valides pour un nombre arbitraire d'interfaces, corrélées ou non, isotropes ou non [10]. Par ailleurs, les formules analytiques peuvent aussi être utilisées, dans le cadre des hypothèses avancées, pour toute fonction d'autocorrélation tendant asymptotiquement vers 0 [7].

Pour  $N=1$ , le rapport des intensités suit une loi à queue lourde n'ayant ni variance, ni moyenne. Nous montrons que pour les signatures électromagnétiques basées sur plus de deux visées, la loi de probabilité a une moyenne finie et une variance finie. La moyenne tend asymptotiquement vers  $p_0$  et la variance vers 0.

Nous avons comparé les lois de probabilité théoriques et les histogrammes obtenus à partir de simulations de Monte-

Carlo. Les comparaisons sont concluantes et valident les expressions analytiques présentés dans cet article. Les légères différences qui peuvent être observées sont dues au nombre fini de réalisations d'une part et d'autre part, à l'aire limitée à  $400\lambda^2$  des interfaces rugueuses générées.

Ce travail mérite d'être étendu au cas où les intensités  $I_{(ba), n}$  des  $N$  visées sont corrélées [3] et à d'autres descripteurs utilisés en polarimétrie ou interférométrie radar [14], comme par exemple, le rapport  $(\bar{I}_{(b'a')} - \bar{I}_{(ba)}) / (\bar{I}_{(b'a')} + \bar{I}_{(ba)})$  qui prend ses valeurs sur l'intervalle  $[-1; +1]$  et qui présente l'avantage d'être, en simple visée, une variable aléatoire dont la moyenne et la variance sont définies [15].

## REFERENCES

- [1] S. Afifi and R. Dusséaux, "Scattering by anisotropic rough layered 2D interfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 11, pp. 5315–5328, Nov. 2012.
- [2] J.A. Kong, A.A. Swartz, H.A. Yueh, L.M. Novak, and R.T. Shin, "Identification of terrain cover using the optimum polarimetric classifier," *Journal Electromagnetic waves Appl.*, vol. 8, no. 2, pp.171-194,1987.
- [3] I.R. Joughin, D.P. Winebrenner and D.B. Percival, "Probability density functions for multilook polarimetric signatures", *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 32, no. 3, pp. 562-574, May 1994.
- [4] J.S. Lee, K.W. Hoppel, S. A. Mango, and A. R. Miller, "Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery", *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 32, no. 5, pp. 1017-1028, Sep. 1994.
- [5] J.-S. Lee and E. Pottier, *Polarimetric Radar Imaging: From Basics to Applications*. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2009.
- [6] S. Afifi and R. Dusséaux, "On the co-polarized scattered intensity ratio of rough layered surfaces: The probability law derived from the small perturbation method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 4, pp. 2133–2138, Apr. 2012.
- [7] S. Afifi and R. Dusséaux, "The co- and cross-polarized scattered intensity ratios for 3D layered structures with randomly rough interfaces," *Journal Electromagnetic waves Appl.*, vol. 33, no. 7, pp. 811-826, 2019.
- [8] A. Tabatabaenejad and M. Moghaddam, "Bistatic scattering from three-dimensional layered rough surfaces," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, Vol. 44, No. 8, pp. 2102–2114, 2006.
- [9] P. Imperatore, A. Iodice, and D. Riccio, "Electromagnetic wave scattering from layered structures with an arbitrary number of rough interfaces," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 47, no. 4, pp. 1056-1072, 2009.
- [10] S. Afifi, R. Dusséaux, A. Berrouk, "Electromagnetic wave scattering from 3D layered structures with randomly rough interfaces: analysis with the small perturbation method and the small slope approximation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 62, no. 10, pp. 5200-5208, 2014.
- [11] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, 7 ed. San Diego, CA: Academic, 2007.
- [12] L. Tsang, J.A. Kong, K.H. Ding and C.O. Ao, *Scattering of Electromagnetic Waves – Numerical Simulations*, John Wiley & Sons, New-York, 2001.
- [13] J. R. Wang and T. J. Schmugge, "An empirical model for the complex dielectric permittivity of soils as a function of water content," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, vol. 18, no. 4, pp. 288-295, 1980.
- [14] P. Mishra and D. Singh, "A statistical-measure-based adaptive land cover classification algorithm by efficient utilization of polarimetric SAR observables," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 5, pp. 2889-2900, 2014.
- [15] S. Afifi and R. Dusséaux, "Statistical distribution of the Normalized Difference Polarization Index for 3D layered Structures with slightly rough interfaces," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, in press.